Osztott rendszerek analízise

Operátor doboz

Tejfel Máté

A *Lab* halmaz események egy előre megadott halmaza.

Definíció (Átcímkézés)

ρ átcímkézés egy reláció:
$\rho \subseteq (mult(Lab)) \times Lab$, úgy, hogy $(\emptyset, \alpha) \in \rho$ akkor és csak akkor, ha $\rho = \{(\emptyset, \alpha)\}$.

Definíció (Konstans átcímkézés)

A $\rho_\alpha = \{(\emptyset, \alpha)\}$ speciális átcímkézést konstans átcímkézésnek nevezzük.

Definíció (Transzformációs átcímkézés)

A nem konstans átcímkézéseket transzformációs átcímkézésnek nevezzük.

Definíció (Címkézett Petri háló)

$\Sigma = (S, T, W, \lambda, M)$, *ahol* S *a helyek,* T *az átmenetek halmaza,* W *az éleket leíró reláció,* λ *a címkefüggvény,* M *pedig a súlyozás.*

$S \cap T = \emptyset$,

$W : ((S \times T) \cup (T \times S)) \to \mathbf{N}_0$,

$\forall s \in S : \lambda(s) \in \{e, i, x\}$,

$\forall t \in T : \lambda(t)$ *egy átcímkézés,*

$M : S \times \mathbf{N}_0$

Definíció (Sima doboz)

Σ Petri doboz sima doboz, ha minden $t \in T_\Sigma$ átmenetre a $\lambda_\Sigma(t)$ egy konstans átcímkézés.

Definíció (Operátor doboz)

Egy Ω operátor doboz olyan doboz, melynek minden átmenetéhez transzformációs átcímkézés van rendelve.

Legyen $\Sigma : T_\Omega \rightarrow Box$ egy az Ω átmeneteiről a sima dobozok halmazára képező függvény .
Σ-t "$\Omega - n - es$"-nek fogjuk nevezni.

Definíció (Interfész váltás)

Legyen Ω egy operátor doboz és Σ egy Ω – n-es. A Σ-ra vonatkozó Ω szerinti interfész váltás azt jelenti, hogy minden Σ-beli $\Sigma(v)$-re végrehajtjuk a megfelelő v átmenet $\lambda_\Omega(v)$ átcímkézése által meghatározott interfész váltást.

Definíció (Jelölések)

A továbbiakban Σ_v jelölje $\Sigma(v)$-t.

Legyen $\rho_\alpha = \{(\emptyset, \alpha)\}$ egy konstans átcímkézés. Ekkor használhatjuk a következő jelölést: $\alpha = \rho_\alpha$

Definíció (Interfész váltás)

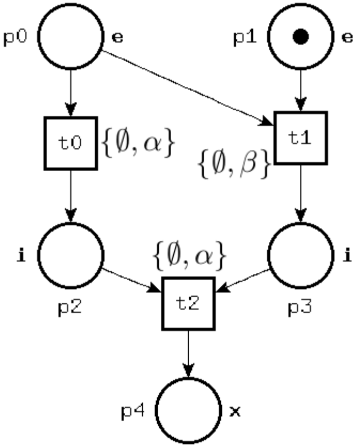
Legyen $\Sigma_v = (S, T, W, \lambda, M)$ *egy sima doboz és* λ_v *egy transzformációs átcímkézés. A* Σ_v *doboz* λ_v *átcímkézés szerinti interfész váltása a* $\Sigma'_v = (S, T', W', \lambda', M)$ *sima doboz lesz, ahol* $\forall s \in S : \lambda'(s) = \lambda(s)$*, és* T'*-t,* W'*-t, illetve* $\forall t' \in T'$ *esetén* $\lambda'(t')$*-t a következő módon számoljuk:*

Minden $U \in \mathcal{P}(T)$ *átmenethalmazra, ha az* $U_\lambda = \left(\underset{t \in U}{+} \{\lambda(t)\} \right)$ *zsák benne van* λ_v *értelmezési tartományában egy új* t' *átmenetet készítünk* T'*-be (az* U*-beli átmenetek kompozíciójaként), melyre:*

- $\lambda'(t') = \{(\emptyset, \lambda_v(U_\lambda))\}$
- $\forall s \in S : W'(s, t') = \underset{t \in U}{+} W(s, t)$
- $\forall s \in S : W'(t', s) = \underset{t \in U}{+} W(t, s)$

Példa

Tekintsük az alábbi sima dobozt és a $\rho = \{(\{\alpha\}, \gamma), (\{\alpha, \alpha\}, \alpha), (\{\alpha, \beta\}, \beta)\}$ transzformációs átcímkézést.

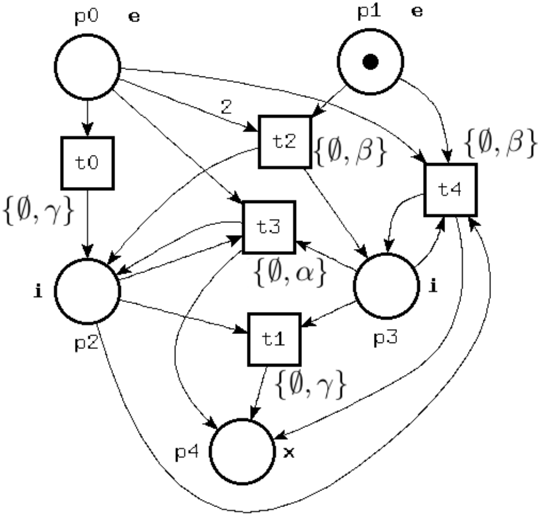


Az új átmenetek megkonstruálásához a következő táblázatot állíthatjuk elő:

Átmenethalmazok	címkezsákok	ρ	eredmény átmenet
$\emptyset$	$\emptyset$	–	–
$\{t0\}$	$\{\alpha\}$	γ	$t0$
$\{t1\}$	$\{\beta\}$	–	–
$\{t2\}$	$\{\alpha\}$	γ	$t1$
$\{t0, t1\}$	$\{\alpha, \beta\}$	β	$t2$
$\{t0, t2\}$	$\{\alpha, \alpha\}$	α	$t3$
$\{t1, t2\}$	$\{\alpha, \beta\}$	β	$t4$
$\{t1, t2, t3\}$	$\{\alpha, \alpha, \beta\}$	–	–

A fenti táblázat megmutatja, hogy az interfészváltás eredményeképp létrehozott sima doboz 5 átmenetet fog tartalmazni.

Az interfészváltás eredménye a következő sima doboz:



Definíció (Átmenet finomítás)

Legyen $\Omega = (S, T, W, \lambda, M)$ *egy operátor doboz és* Σ *egy* Ω *n-es. Legyen* $\Sigma = \{\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n\}$ *és rendre*

$\Sigma_1 = (S_1, T_1, W_1, \lambda_1, M_1)$,

$\dots,$

$\Sigma_n = (S_n, T_n, W_n, \lambda_n, M_n)$.

Σ *n-es* Ω *szerinti átmenetfinomítása egy* $\Sigma_\Omega = (S_{\Sigma_\Omega}, T_{\Sigma_\Omega}, W_{\Sigma_\Omega}, \lambda_{\Sigma_\Omega}, M_{\Sigma_\Omega})$ *sima dobozt fog előállítani* $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$ *dobozokat a következőek szerint összevonva.*

- $T_{\Sigma_\Omega} = \bigcup_{i \in [1,n]} T_i$
- $\forall t \in T_{\Sigma_\Omega} : \lambda_{\Sigma_\Omega}(t) = \lambda_i(t)$, *ha* $t \in T_i$
- $\ddot{\Sigma}_\Omega = \bigcup_{i \in [1,n]} \ddot{\Sigma}_i$, *ahol* $\ddot{\Sigma}_i = \{s \in S_i | \lambda_i(s) = i\}$

- $\forall s \in \ddot{\Sigma}_\Omega$:
  - $\lambda_{\Sigma_\Omega}(s) = i,$
  - $M_{\Sigma_\Omega}(s) = M_i(s),\ ha\ s \in S_i$
  - $\forall t \in T_{\Sigma_\Omega}$:
    - $W_{\Sigma_\Omega}(t,s) = \begin{cases} W_i(t,s) & if\ t \in T_i\ and\ s \in S_i \\ 0 & if\ t \in T_j\ and\ s \in S_i, j \neq i \end{cases}$
    - $W_{\Sigma_\Omega}(s,t) = \begin{cases} W_i(s,t) & if\ t \in T_i\ and\ s \in S_i \\ 0 & if\ t \in T_j\ and\ s \in S_i, j \neq i \end{cases}$
- $S_{\Sigma_\Omega} = \ddot{\Sigma}_\Omega \cup S^{new}_{\Sigma_\Omega}$
- $S^{new}_{\Sigma_\Omega}$ *és* $\forall s \in S^{new}_{\Sigma_\Omega} : \lambda_{\Sigma_\Omega}(s), M_{\Sigma_\Omega}(s)$ *az összevont éleket* $p_j \in S$ *esetén az alábbi módszerrel készítjük el.*

Legyen p egy S-beli hely. Σ n-es p szerinti átmenetfinomítása a Σ_p^{new}-val jelölt új helyeket állítja elő (a megfelelő súlyozásokkal, átcímkézésekkel és kapcsolódó helyekkel együtt a következő módon.
Tegyük fel, hogy $^\bullet p = \{v_{i_1}, \ldots, v_{i_k}\}$ és $p^\bullet = \{v_{j_1}, \ldots, v_{j_m}\}$

$$\begin{aligned}\Sigma_p^{new} = \{ comp(\{s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}, s_{j_1}, \ldots, s_{j_m}\}) \mid \\ s_{i_1} \in \Sigma(v_{i_1})^\bullet, \ldots, s_{i_k} \in \Sigma(v_{i_k})^\bullet, \\ s_{j_1} \in {}^\bullet\Sigma(v_{j_1}), \ldots, s_{j_m} \in {}^\bullet\Sigma(v_{j_m}) \}, \textit{ ahol}\end{aligned}$$

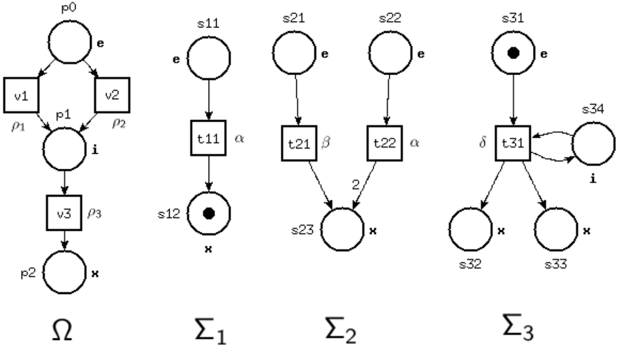
$comp(\{s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}, s_{j_1}, \ldots, s_{j_m}\})$ *egy új hely, melyre*

- $\lambda_{\Sigma_\Omega}(comp(\{s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}, s_{j_1}, \ldots, s_{j_m}\})) = \lambda(p)$
- $M_{\Sigma_\Omega}(comp(\{s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}, s_{j_1}, \ldots, s_{j_m}\}))$
  $= (\sum_{f=1}^{k} M(s_{i_f})) + (\sum_{g=1}^{m} M(s_{j_g}))$

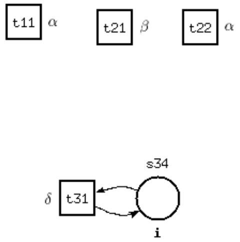
- $\forall t \in T_{\Sigma_\Omega}$:
  legyen $l \in [1, n]$, *ahol* $t \in T_l$
    - $W_{\Sigma_\Omega}(comp(\{s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}, s_{j_1}, \ldots, s_{j_m}\}), t)$
      $= \big(\sum_{f=1}^{k} \chi(i_f = l) * W_l(s_{i_f}, t)\big) + \big(\sum_{g=1}^{m} \chi(j_g = l) * W_l(s_{j_g}, t)\big)$
    - $W_{\Sigma_\Omega}(t, comp(\{s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}, s_{j_1}, \ldots, s_{j_m}\}))$
      $= \big(\sum_{f=1}^{k} \chi(i_f = l) * W_l(t, s_{i_f})\big) + \big(\sum_{g=1}^{m} \chi(j_g = l) * W_l(t, s_{j_g})\big)$

Példa

Tekintsük az alábbi Ω operátordobozt és a $\Sigma = \{\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3\}$ Ω-n-est.



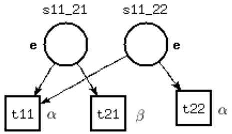
Ahhoz, hogy megkapjuk a Σ n-es Ω szerinti átmenetfinomítását először minden átmenetet és belső helyet (a megfelelő átcímkézésekkel és súlyozásokkal) át kell másolnunk Σ_1, Σ_2, Σ_3-ból az új, készítendő sima dobozba.

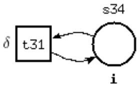


Ezután az előzőekben leírt összevonást kell alkalmazni az Ω-ban szereplő mindegyik hely alapján.

P_0	megelőző átmenetek	sima dobozok	kilépési helyek
	–	–	–
	rákövetkező átmenetek	sima dobozok	belépési helyek
	v1	Σ_1	$s11$
	v2	Σ_2	$s21, s22$

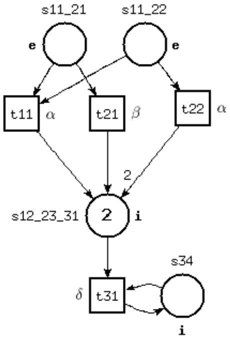
Az új összevont helyek: $s11\_21$ és $s11\_22$.





P_1	megelőző átmenetek	sima dobozok	kilépési helyek
	v1	Σ_1	$s12$
	v2	Σ_2	$s23$
	rákövetkező átmenetek	sima dobozok	belépési helyek
	v3	Σ_3	$s31$

Az új összevont hely: $s12\_23\_31$.



P_2	megelőző átmenetek	sima dobozok	kilépési helyek
	v3	Σ_3	$s32, s33$
	rákövetkező átmenetek	sima dobozok	belépési helyek
	–	–	–

Az új összevont helyek: $s32$ és $s33$.

(Itt gyakorlatilag csak át kell másolnunk a két régi helyet.)