SIMON PÉTER

FEJEZETEK A VALÓS FÜGGVÉNYTANBÓL

EGYETEMI JEGYZET

SIMON PÉTER

FEJEZETEK A VALÓS FÜGGVÉNYTANBÓL

E·L·T·E IK

ISBN 978-963-489-067-6

9 789634 890676

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
INFORMATIKAI KAR

Simon Péter

Fejezetek a valós függvénytanból

egyetemi jegyzet

Budapest, 2019

A jegyzet a 2017. évi ELTE IK Jegyzettámogatási pályázat
keretében készült.

Lektorálta: Dr. Weisz Ferenc egyetemi tanár

Tartalomjegyzék

Előszó

Ez a tankönyv válogatást tartalmaz az analízis azon fejezeteiből, amelyek az Eötvös Loránd Tudományegyetemen az alkalmazott matematikus MSC képzés, ill. a programtervező informatikus szak doktori speciálelőadásainak részét képezik. Az itt tárgyalt eredmények kiindulópontja mértékelméleti indíttatású, nevezetesen a Borel-mértékek differenciálhatósága. Ennek alapján aztán a valós függvénytan néhány alapvető fontosságú tétele kerül sorra, mint pl. a monoton függvények majdnem mindenütt való differenciálhatósága, az abszolút folytonosság és a differenciálhatóság kapcsolata, klasszikus integráltételek stb. A Hardy–Littlewood-maximálfüggvények korlátossági tulajdonságai kapcsán szóba kerül az operátorsorozat konvergenciájának és a maximáloperátorának a kapcsolata. Ez is indokolja, hogy röviden tárgyaljuk operátorok interpolációs tulajdonságait, valamint integrálható függvények tereinek a duálisait. Az idevágó bizonyítási technikák közül áttekintjük az ún. Calderon–Zygmund-felbontást. A számos megjegyzésben szó van olyan területekről is, mint pl. a Fourier-sorokkal kapcsolatos néhány konvergencia-tétel vagy a martingálok, Lorentz-terek, Orlicz-terek stb.

A tárgyalás során a szokásos bevezető analízis előadások anyagának az ismeretén túl feltételezzük, hogy az Olvasó elsajátította már a mérték- és integrálelmélet alapjait. Ez utóbbival kapcsolatban mind tartalmilag, terminológiailag, mind pedig a jelölések vonatkozásában támaszkodunk a szerző által írt *Mérték és integrál* egyetemi tankönyvre.

A témakör iránt érdeklődőknek néhány további, az alábbiakban felsorolt művet ajánlunk, amelyek az esetenként hivatkozás nélküli eredmények forrását illetően is eligazítást nyújtanak:

- H. Bauer: *Measure and integration theory.* De Gruyter Studies in Mathematics, 26, Walter de Gruyter, Berlin, 2001.
- C. Bennett–R. Sharpley: *Interpolation of Operators.* Academic Press, London, 1988.
- J. Elstrodt: *Maß- und Integrationstheorie.* Springer-Lehrbuch, 2007.
- L. Grafakos: *Classical Fourier Analysis.* Springer, 2008.
- E. Hewitt–K. Stromberg: *Real and abstract analysis.* Springer Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 1975.

- Járai Antal: *Mérték és integrál.* Felsőoktatási tankönyv. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.
- Laczkovich Miklós: *Valós függvénytan.* Egyetemi jegyzet. ELTE, Budapest, 1995.
- Simon Péter: *Mérték és integrál.* Egyetemi jegyzet. ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2016.
- Simon Péter–Weisz Ferenc: *Válogatott fejezetek az analízisből.* ELTE IK, Budapest, 2007.
- E.M. Stein–R. Shakarchi: *Real Analysis: Measure Theory, Integration and Hilbert spaces.* Princeton Lectures in Analysis, Princeton University Press, 2005.
- Szőkefalvi-Nagy Béla: *Valós függvények és függvénysorok.* Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.
- A. C. Zaanen: *Continuity, Integration and Fourier Theory.* Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York-London-Paris-Tokyo, 1989.

Budapest, 2017. szeptember